数理解析研究所講究録
833巻 1993年 204-213

組合せ問題の論理関数による解法について

茨城大教養　仙波一郎（Ichiro Semba）
京大工学部　矢島脩三（Shuzo Yajima）

１．はじめに

組合せ問題を論理関数で表現し、二分決定グラフ（ＢＤＤ: Binary Decision Diagram）で記述し実行する方法を考察する。従来、組合せ問題はバックトラック技法を用いて解かれてきたが、効率よく解を得るためにデータ構造などを工夫をする必要があった。ところが、論理関数を使うと、問題に即して直感的に理解し易く簡単に表現できることが多い。そこで、論理関数を二分決定グラフで記述して、高速に処理できるＢＤＤパッケージ[1][2]を使って組合せ問題を解いてみた。これらはＮＰ問題を命題論理ブール式で直接解くことに相当する。ＢＤＤは計算機利用における新たな一つのデータ構造またはデータベースであるとみなせる。

<u>考察した組合せ問題</u>

組合せ生成問題（重複組合せ生成問題、部分集合生成問題）
バランスのとれたかっこ列生成問題

集合分割問題、集合被覆問題、最大マッチング問題（異なる代表者問題）
整数分割問題（分割後の整数に重複を許す場合、重複を許さない場合）
加法鎖生成問題、最長増加部分列問題、最長共通部分列問題
釣合い不完備ブロック計画生成問題、畳配置問題

重複順列生成問題、部分順列生成問題
制限付順列生成問題（乱列生成問題、スタック順列生成問題、キュー順列生成問題）
Ｎクイーン問題、最短経路問題（宣教師と人食い人種の渡河問題、迷路問題）
閉路検出問題、ラテン方陣生成問題、ハミルトン閉路問題、オイラー路問題
彩色問題

ここではいくつかの代表的な問題を紹介する。

２．二分決定グラフ（ＢＤＤ）と共有二分決定グラフ（ＳＢＤＤ）

二分決定グラフ（ＢＤＤ; Binary Decision Diagram）は論理関数を表現する有向非巡回グラフである。まず、論理関数に対してシャノン展開を再帰的に適用し、得られた二分木（ＢＤＴ; Binary Decision Tree）に含まれている関数等価な節点を一つに併合、同型なサブグラフがあれば共有することにより二分決定グラフが得られる。また、複数の論理関数に同型なサブグラフがある場合、それらを共有することによって少ないメモリで論理関数を表現できる。このようなものを共有二分決定グラフ（ＳＢＤＤ; Shared Binary Decision Diagram）という。

例として、図2.1に論理関数 $\bar{x}_1+x_2x_3$ を表現するＢＤＴおよびＢＤＤ、図2.2に論理関数 $\bar{x}_1+x_2x_3$, $\bar{x}_1x_2x_3+x_1\bar{x}_2\bar{x}_3$, $\bar{x}_1x_2$ を表現するＳＢＤＤを示す。

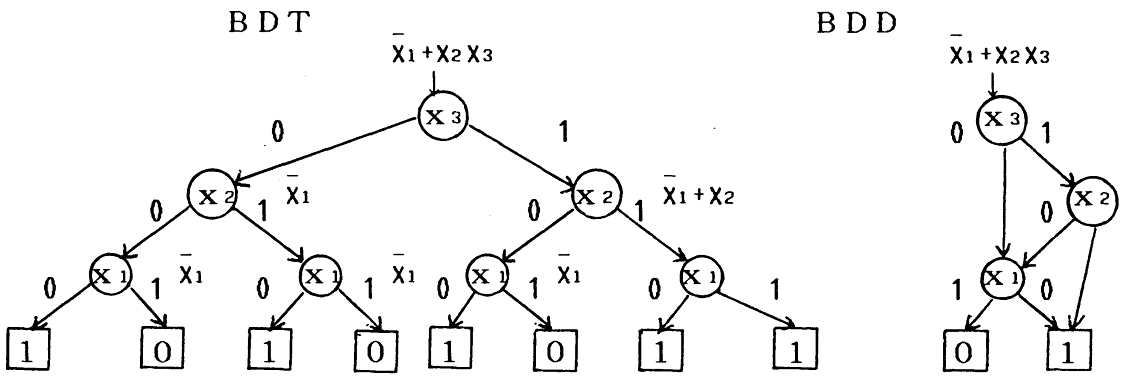


図2.1 論理関数 $\bar{x}_1+x_2x_3$ を表現するＢＤＴとＢＤＤ。ルート・ノードから端末ノード（１）へ至るパスが、$\bar{x}_1+x_2x_3=1$ の解となる。

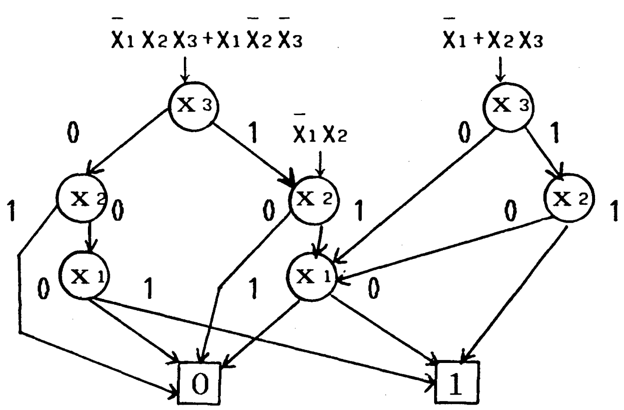


図2.2 論理関数 $\bar{x}_1+x_2x_3$, $\bar{x}_1x_2x_3+x_1\bar{x}_2\bar{x}_3$, $\bar{x}_1x_2$ を表現するＳＢＤＤ。

３．問題例

組合せ生成問題　ｎ個の要素（1,2,...,n）からｒ個取り出す組合せをすべて生成する問題。

［論理変数］

x_i = 1, 要素ｉが取り出された場合。
　　0, その他の場合。

$f_{i,j}(x_1,x_2,\ldots,x_{i+j})$: i+j個の要素からj個取り出すすべての組合せを表現する論理関数。

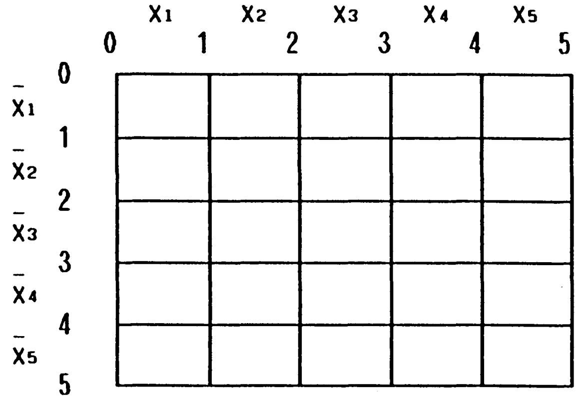
［漸化式］

$$f_{0,j}(x_1,x_2,\ldots,x_j) = x_1x_2\ldots x_j \quad (j\geqq 1)$$

$$f_{i,0}(x_1,x_2,\ldots,x_i) = \bar{x}_1\bar{x}_2\ldots\bar{x}_i \quad (i\geqq 1)$$

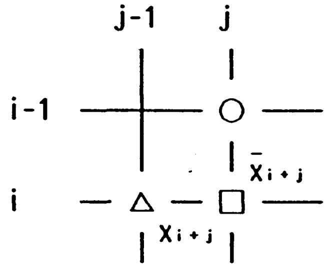
$$f_{i,j}(x_1,x_2,\ldots,x_{i+j}) = f_{i,j-1}(x_1,x_2,\ldots,x_{i+j-1})x_{i+j} + f_{i-1,j}(x_1,x_2,\ldots,x_{i+j-1})\bar{x}_{i+j} \quad (i\geqq 1,\ j\geqq 1)$$

［表現］ 格子点(i, j)が$f_{i,j}(x_1, x_2, ..., x_{i+j})$に対応する。

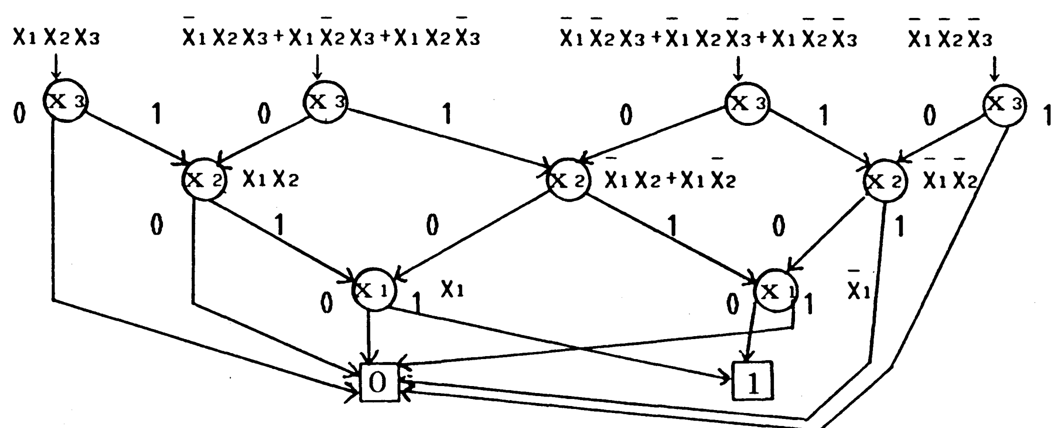


□：$f_{i,j}(x_1, x_2, ..., x_{i+j})$
△：$f_{i,j-1}(x_1, x_2, ..., x_{i+j-1})$
○：$f_{i-1,j}(x_1, x_2, ..., x_{i+j-1})$

□ ＝ △x_{i+j} ＋ ○$\bar{x}_{i+j}$



［共有二分決定グラフ］ $f_{i,j}(x_1, x_2, ..., x_{i+j})$ $(1 \leqq i+j \leqq 3, i \geqq 0, j \geqq 0)$ の場合。



$f_{i,j}(x_1, x_2, ..., x_{i+j})$のルート・ノードから1の値をもつ終端ノードに至るパスの集合が解集合（i+j個からj個選ぶ組合せの集合）を表している。ノードx_iから0とラベル付けされている辺は$\bar{x}_i$に対応し、1とラベル付けされている辺はx_iに対応する。

［実験結果］ n個の要素からr個取り出す組合せの総数とそれらを表現するＳＢＤＤが必要とするノード数およびＳＢＤＤの生成時間（Sun SPARC station 2 (64MByte)で実行。単位は秒）。

n	r	組合せの総数	ノード数	生成時間
200	100	0.90549×10^{59}	10199	2.4
400	200	0.10295×10^{120}	40399	5.1
600	300	0.13511×10^{180}	90599	9.9
800	400	0.18804×10^{240}	160799	16.4
1000	500	0.27029×10^{300}	250999	24.7

バランスのとれたかっこ列生成問題 n対のバランスのとれたかっこ列をすべて生成する問題。

i個の右かっことj個の左かっこからなるかっこ列で、任意の長さk$(1 \leqq k \leqq i+j)$の先頭部分列において左かっこの個数が右かっこの個数より大きいかまたは等しい場合、左かっこ優先列という。

[論理変数]

x_i = 1, i番目の文字が左かっこの場合。
　　　0, i番目の文字が右かっこの場合。

$g_{i,j}(x_1, x_2, ..., x_{i+j})$: i個の右かっことj個の左かっこからなる左かっこ優先列のすべてを表現する論理関数。

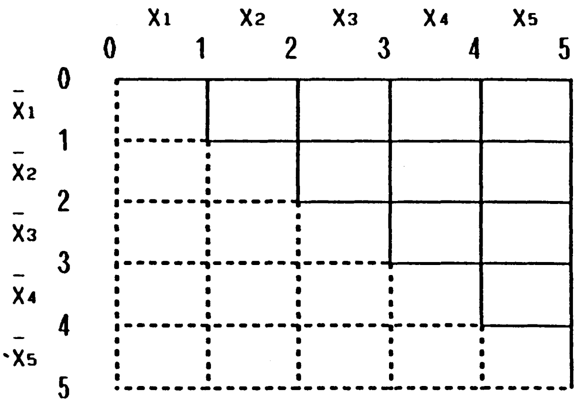
[漸化式]

$$g_{0,j}(x_1, x_2, ..., x_j) = x_1 x_2 ... x_j \quad (j \geqq 1)$$

$$g_{i,i-1}(x_1, x_2, ..., x_{2i-1}) = 0 \quad (i \geqq 1)$$

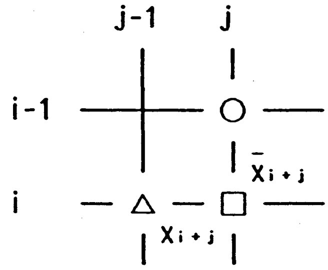
$$g_{i,j}(x_1, x_2, ..., x_{i+j}) = g_{i,j-1}(x_1, x_2, ..., x_{i+j-1}) x_{i+j} + g_{i-1,j}(x_1, x_2, ..., x_{i+j-1}) \bar{x}_{i+j} \quad (i \leqq j)$$

[表現]　格子点(i, j)が$g_{i,j}(x_1, x_2, ..., x_{i+j})$に対応する。

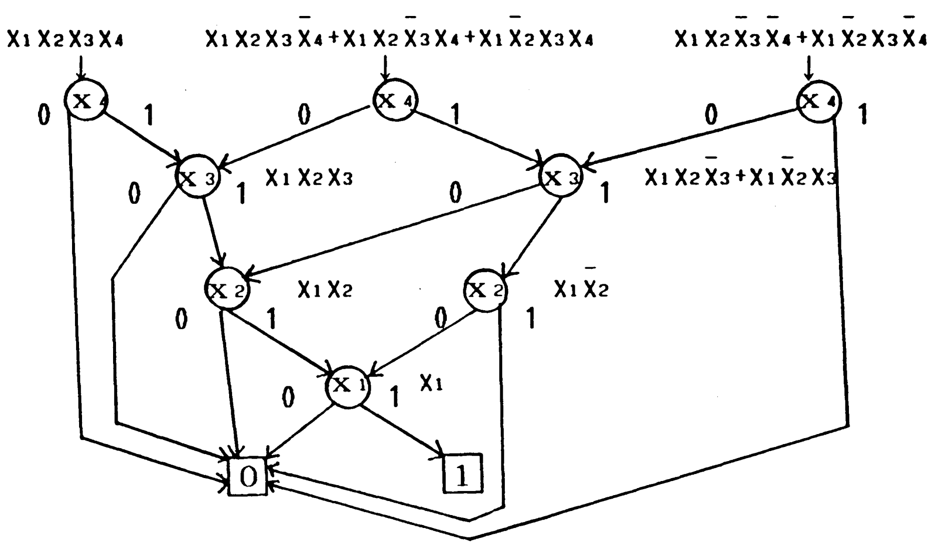


□: $g_{i,j}(x_1, x_2, ..., x_{i+j})$
△: $g_{i,j-1}(x_1, x_2, ..., x_{i+j-1})$
○: $g_{i-1,j}(x_1, x_2, ..., x_{i+j-1})$

□ = △x_{i+j} + ○$\bar{x}_{i+j}$



[共有二分決定グラフ]　$g_{i,j}(x_1, x_2, ..., x_{i+j})$ $(1 \leqq i+j \leqq 4,\ 0 \leqq i \leqq j)$ の場合。



［実験結果］ n対のバランスのとれたかっこ列の総数とそれらを表現するＳＢＤＤが必要とするノード数およびＳＢＤＤの生成時間（Sun SPARC station 2 (64MByte)で実行。単位は秒）。

n	総数	ノード数	生成時間
100	0.89652×10^{57}	5149	1.8
200	0.51220×10^{117}	20299	2.6
300	0.44886×10^{177}	45449	3.9
400	0.46893×10^{237}	80599	5.6
500	0.53950×10^{297}	125749	7.7

部分順列生成問題　n個の要素（1,2,...,n）からｒ個取り出す順列をすべて生成する問題。

n =4, r =3とする。

［論理変数］ $1\leq i\leq r,\ 1\leq j\leq n.$

$x_{i,j}$ = 1, ｉ番目に要素jが割り当てられた場合。
0, そうでない場合。

$x_{1,1}$	$x_{1,2}$	$x_{1,3}$	$x_{1,4}$
$x_{2,1}$	$x_{2,2}$	$x_{2,3}$	$x_{2,4}$
$x_{3,1}$	$x_{3,2}$	$x_{3,3}$	$x_{3,4}$

［条件１］ 行列$x_{i,j}$の各行 $i(1\leq i\leq r)$ で1になる要素は1つ。

$$x_{i,1}\bar{x}_{i,2}\bar{x}_{i,3}\bar{x}_{i,4} + \bar{x}_{i,1}x_{i,2}\bar{x}_{i,3}\bar{x}_{i,4} + \bar{x}_{i,1}\bar{x}_{i,2}x_{i,3}\bar{x}_{i,4} + \bar{x}_{i,1}\bar{x}_{i,2}\bar{x}_{i,3}x_{i,4} = 1$$

［条件２］ 行列の要素$x_{i,j}$（ $1\leq i\leq r,\ 1\leq j\leq n$ ）が1になると、その列jの他の要素は0になる。

$$\text{if } x_{1,j}=1 \text{ then } x_{2,j}=0 \text{ and } x_{3,j}=0 \Leftrightarrow \bar{x}_{1,j} + \bar{x}_{2,j}\bar{x}_{3,j} = 1$$
$$\text{if } x_{2,j}=1 \text{ then } x_{1,j}=0 \text{ and } x_{3,j}=0 \Leftrightarrow \bar{x}_{2,j} + \bar{x}_{1,j}\bar{x}_{3,j} = 1$$
$$\text{if } x_{3,j}=1 \text{ then } x_{1,j}=0 \text{ and } x_{2,j}=0 \Leftrightarrow \bar{x}_{3,j} + \bar{x}_{1,j}\bar{x}_{2,j} = 1$$

［すべての部分順列］

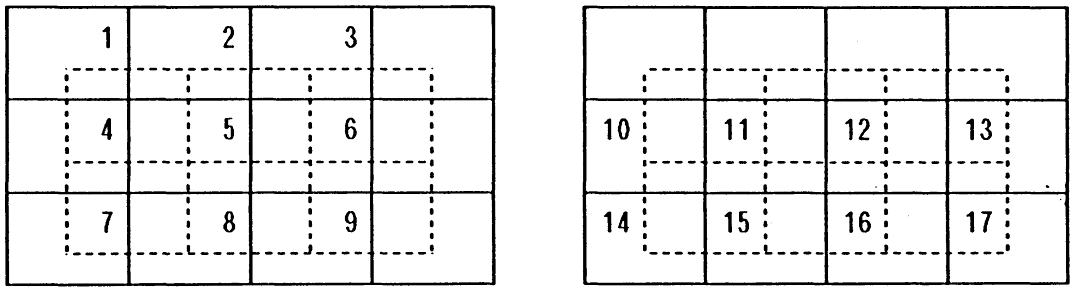
［条件１］・［条件２］= 1 を満たす解。

［実験結果］ n個の要素からｒ個取り出すすべての順列を表現するＳＢＤＤが必要とするノード数とＳＢＤＤの生成時間（Sun SPARC station 2(64MByte)で実行。単位は秒）。

n	r	総数	ノード数	生成時間
8	8	40320	3084	3.1
9	9	362880	7181	6.4
10	10	3628800	16398	14.5
11	11	39916800	36879	46.7
12	12	479001600	81936	123.4

畳配置問題　大きさ1×2の畳をm×nの長方形の部屋に配置する方法をすべて求める問題。

m=3,n=4とする。ます目の中心同士を点線で結び、横方向の9個の辺1,2,...,9、縦方向の8個の辺10,11,...,17を作る。



［論理変数］ $1 \leq i \leq 17$.

x_i = 1, 辺 i が解に含まれている場合。
　　0, 辺 i が解に含まれていない場合。

［条件１］ (n-1)m+n(m-1) (=17)個の辺からmn/2(=6) 個の辺を選ぶ。

［条件２］ 選ばれた辺に隣接する辺は除く。

辺1が選ばれた場合、隣接する辺2,10,11は選ばれない。

if $x_1=1$ then $x_2=0$ and $x_{10}=0$ and $x_{11}=0$ ⇔ $\bar{x}_1 + \bar{x}_2\bar{x}_{10}\bar{x}_{11} = 1$

他の辺2,3,...,17についても同様。

［すべての畳配置］

［条件１］・［条件２］= 1 を満たす解。　全部で11通り。

{1,3,4,6,7,9} {1,3,4,7,16,17} {1,3,5,8,14,17} {1,3,6,9,14,15}
{1,3,14,15,16,17} {1,4,7,9,12,13} {1,9,12,13,14,15} {2,5,7,9,10,13}
{3,6,7,9,10,11} {3,7,10,11,16,17} {7,9,10,11,12,13}

［実験結果］ 配置数と解の生成時間（Sun SPARC station 2(64MByte)で実行。単位は秒）。

m	n	配置数	m	n	配置数	生成時間	m	n	配置数	生成時間
2	1	1	3	4	11	1.7	4	4	36	1.9
2	2	2	3	6	41	2.5	4	5	95	3.6
2	3	3	3	8	153	11.3	4	6	281	12.4
2	4	5	3	10	571	185.5	4	7	781	76.8
2	5	8								
2	6	13								

［その他］ 2×nの長方形の部屋に畳を敷く方法はフィボナッチ数になる。

n クイーン問題　$n \times n$のチェス盤上にn個のクイーンを互いに取り合わないように(チェス盤上で縦、横、斜め方向に他のクイーンが存在しないように)配置する方法をすべて求める問題。

n = 4 の場合、2通りの方法がある。

```
□ ■ □ □      □ □ ■ □
□ □ □ ■      ■ □ □ □
■ □ □ □      □ □ □ ■
□ □ ■ □      □ ■ □ □
```

[論理変数]　$1 \leqq i \leqq n,\ 1 \leqq j \leqq n.$

$x_{i,j}$ = 1, i行, j列にクイーンが割り当てられた場合。
　　　0, そうでない場合。

$x_{1,1}$	$x_{1,2}$	$x_{1,3}$	$x_{1,4}$
$x_{2,1}$	$x_{2,2}$	$x_{2,3}$	$x_{2,4}$
$x_{3,1}$	$x_{3,2}$	$x_{3,3}$	$x_{3,4}$
$x_{4,1}$	$x_{4,2}$	$x_{4,3}$	$x_{4,4}$

[条件１]　行列$x_{i,j}$の各行 $i(1 \leqq i \leqq n)$ にクイーンが1つ存在する。

$$x_{i,1}\bar{x}_{i,2}\bar{x}_{i,3}\bar{x}_{i,4} + \bar{x}_{i,1}x_{i,2}\bar{x}_{i,3}\bar{x}_{i,4} + \bar{x}_{i,1}\bar{x}_{i,2}x_{i,3}\bar{x}_{i,4} + \bar{x}_{i,1}\bar{x}_{i,2}\bar{x}_{i,3}x_{i,4} = 1$$

[条件２]　行列$x_{i,j}$の各列 $j(1 \leqq j \leqq n)$ にクイーンが1つ存在する。

$$x_{1,j}\bar{x}_{2,j}\bar{x}_{3,j}\bar{x}_{4,j} + \bar{x}_{1,j}x_{2,j}\bar{x}_{3,j}\bar{x}_{4,j} + \bar{x}_{1,j}\bar{x}_{2,j}x_{3,j}\bar{x}_{4,j} + \bar{x}_{1,j}\bar{x}_{2,j}\bar{x}_{3,j}x_{4,j} = 1$$

[条件３]　行列$x_{i,j}$の対角線上に他のクイーンが存在しない条件。

if $x_{1,2}=1$ then $x_{2,1}=0$　$\Leftrightarrow$　$\bar{x}_{1,2} + \bar{x}_{2,1} = 1$

if $x_{2,2}=1$ then $x_{1,1}=0$ and $x_{3,1}=0$　$\Leftrightarrow$　$\bar{x}_{2,2} + \bar{x}_{1,1}\bar{x}_{3,1} = 1$

・・・

if $x_{4,4}=1$ then $x_{1,1}=0$ and $x_{2,2}=0$ and $x_{3,3}=0$　$\Leftrightarrow$　$\bar{x}_{4,4} + \bar{x}_{1,1}\bar{x}_{2,2}\bar{x}_{3,3} = 1$

[すべての配置数]

[条件１]・[条件２]・[条件３] = 1 を満たす解。

[実験結果]　クイーンの配置を表現するＳＢＤＤが必要とするノード数と解の生成時間 (Sun SPARC station 2(64MByte)で実行。単位は秒)。

n	配置数	ノード数	n	配置数	ノード数	生成時間
4	2	28	8	92	2373	5.8
5	10	158	9	352	9248	17.2
6	4	126	10	724	25294	81.8
7	40	1061	11	2680	92570	426.8

[その他]　バックトラック技法による結果。
　解の生成時間 (Sun SPARC station 2(64MByte)で実行。単位は秒)。

n	配置数	生成時間	n	配置数	生成時間
12	14200	4.3	15	2279184	933.0
13	73712	24.3	16	14772512	6331.4
14	365596	146.8	17	95815104	45280.8

最長共通部分列問題

文字列$s_1 s_2 ... s_m$の部分列$s_{i_1} s_{i_2} ... s_{i_p}$ $(1 \leqq i_1 < i_2 < ... < i_p \leqq m)$と文字列$t_1 t_2 ... t_n$の部分列$t_{j_1} t_{j_2} ... t_{j_q}$ $(1 \leqq j_1 < j_2 < ... < j_q \leqq n)$において、$p=q$かつ$s_{i_1}=t_{j_1}, ..., s_{i_p}=t_{j_q}$のとき部分列$s_{i_1} s_{i_2} ... s_{i_p}$と部分列$t_{j_1} t_{j_2} ... t_{j_q}$を長さ$p(=q)$の共通部分列という。
長さpの共通部分列の中で最大の長さのものを最長共通部分列という。

［文字列］ $s_1 s_2 s_3 s_4 = abcb$, $t_1 t_2 t_3 t_4 t_5 t_6 = cacbab$
文字列ｓと文字列ｔの同じ文字を結び辺（$e_1, e_2, ..., e_8$）とする。

edge[i][1] = 辺e_iの文字列ｓ内での位置。
[i][2] = 辺e_iの文字列ｔ内での位置。

edge	e_1	e_2	e_3	e_4	e_5	e_6	e_7	e_8
[1]	1	1	2	2	3	3	4	4
[2]	2	5	4	6	1	3	4	6

s = a b c b

t = c a c b a b

［論理変数］ $1 \leqq i \leqq 8$.

x_i = 1, 辺e_iが共通部分列に含まれる場合。
0, 辺e_iが共通部分列に含まれない場合。

［条件１］ 8個の辺（$e_1, e_2, ..., e_8$）から$k(\ 1 \leqq k \leqq 4 = \min(4,6)\ )$個の辺を選ぶ。

［条件２］ 文字列ｓ側やｔ側で同じ位置から出ている辺は同時に選べない。

if $x_1=1$ then $x_2=0$ $\Leftrightarrow$ $\bar{x}_1 + \bar{x}_2 = 1$

if $x_2=1$ then $x_1=0$ $\Leftrightarrow$ $\bar{x}_2 + \bar{x}_1 = 1$

if $x_3=1$ then $x_4=0$ and $x_7=0$ $\Leftrightarrow$ $\bar{x}_3 + \bar{x}_4 \bar{x}_7 = 1$

他も同様。

［条件３］ 交差している辺は同時に選べない。

if $x_1=1$ then $x_5=0$ $\Leftrightarrow$ $\bar{x}_1 + \bar{x}_5 = 1$

if $x_2=1$ then $x_3=0$ and $x_5=0$ and $x_6=0$ and $x_7=0$ $\Leftrightarrow$ $\bar{x}_2 + \bar{x}_3 \bar{x}_5 \bar{x}_6 \bar{x}_7 = 1$

他も同様。

［長さkのすべての共通部分列］

［条件１］・［条件２］・［条件３］ = 1 を満たす解。

最長共通部分列は2種類（abb, acb）。

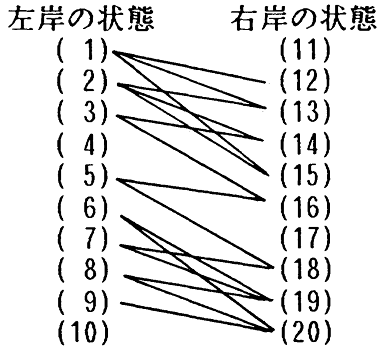
$$\underset{(abb)}{x_1 \bar{x}_2 x_3 \bar{x}_4 \bar{x}_5 \bar{x}_6 \bar{x}_7 x_8} + \underset{(acb)}{x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \bar{x}_5 x_6 x_7 \bar{x}_8} + \underset{(acb)}{x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \bar{x}_5 x_6 \bar{x}_7 x_8} = 1$$

最短経路問題（宣教師と人食い人種の渡河問題）

ｎ人の宣教師とｎ人の人食い人種が河を左岸から右岸へ渡ろうとしている。ｋ人乗りのボートのみが使えるものとする。ところが、河を渡る途中、河岸、ボートで人食い人種の人数が宣教師の人数より多くなると宣教師を食べてしまう。全員が無事に早く河を渡るにはどうすればよいか。その方法をすべて求めよ。

n=3, k=2 の場合について考える。○を宣教師、●を人食い人種とする。
左岸で起こり得る状態を(1)-(10)、右岸で起こり得る状態を(11)-(20)とする。
左岸（右岸）から右岸（左岸）へボートを使って安全に移動できる状態を辺で結ぶ。

左岸		右岸	
状態(1)	○○○●●●	状態(11)	
状態(2)	○○○●●	状態(12)	●
状態(3)	○○○●	状態(13)	●●
状態(4)	○○○	状態(14)	●●●
状態(5)	○○　●●	状態(15)	○　●
状態(6)	○　●	状態(16)	○○　●●
状態(7)	●●●	状態(17)	○○○
状態(8)	●●	状態(18)	○○○●
状態(9)	●	状態(19)	○○○●●
状態(10)		状態(20)	○○○●●●



辺：	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
左岸の状態：	1	1	1	2	2	2	3	3	5	5	6	6	7	7	8	8	9
右岸の状態：	12	13	15	13	15	14	14	16	16	18	19	20	18	19	19	20	20

したがって、状態(1)から状態(20)までの最短経路を求めればよい。

［論理変数］ $1 \leq i \leq 17.$

x_i = 1, 辺 i が状態(1)から状態(20)までの経路に含まれている場合。
　　 0, 辺 i が状態(1)から状態(20)までの経路に含まれていない場合。

［条件１］ 17個の辺からk個選ぶ。

［条件２］ 状態(1)に接続している辺1, 2, 3から1つ選ぶ。

$$x_1\bar{x}_2\bar{x}_3 + \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 + \bar{x}_1\bar{x}_2 x_3 = 1$$

［条件３］ 状態(20)に接続している辺12, 16, 17から1つ選ぶ。

$$x_{12}\bar{x}_{16}\bar{x}_{17} + \bar{x}_{12}x_{16}\bar{x}_{17} + \bar{x}_{12}\bar{x}_{16}x_{17} = 1$$

［条件４］ 状態(1), (20)以外の状態では、接続する辺が1個の場合、経路に含まれないようにし、2個以上の場合、その中から2つ選ぶ。

状態2：接続する辺4,5,6から2つ選ぶ。

if $x_4=1$ then ($x_5=1$ and $x_6=0$) or ($x_5=0$ and $x_6=1$) $\Leftrightarrow$ $\bar{x}_4 + x_5\bar{x}_6 + \bar{x}_5 x_6 = 1$

if $x_5=1$ then ($x_4=1$ and $x_6=0$) or ($x_4=0$ and $x_6=1$) $\Leftrightarrow$ $\bar{x}_5 + x_4\bar{x}_6 + \bar{x}_4 x_6 = 1$

if $x_6=1$ then ($x_4=1$ and $x_5=0$) or ($x_4=0$ and $x_5=1$) $\Leftrightarrow$ $\bar{x}_6 + x_4\bar{x}_5 + \bar{x}_4 x_5 = 1$

状態12：接続する辺1を除く。

$\bar{x}_1 = 1$

他の状態についても同様。

［すべての渡河方法（ｋ回の移動）］

［条件１］・［条件２］・［条件３］・［条件４］ = 1 を満たす解。

最小のｋの値を持つ経路が最短経路となる。最短経路は4通り。

1 -> 15 -> 2 -> 14 -> 3 -> 16 -> 5 -> 18 -> 7 -> 19 -> 8 -> 20
1 -> 13 -> 2 -> 14 -> 3 -> 16 -> 5 -> 18 -> 7 -> 19 -> 8 -> 20
1 -> 15 -> 2 -> 14 -> 3 -> 16 -> 5 -> 18 -> 7 -> 19 -> 6 -> 20
1 -> 13 -> 2 -> 14 -> 3 -> 16 -> 5 -> 18 -> 7 -> 19 -> 6 -> 20

［実験結果］ 最短経路の長さとその経路数（かっこ内）。*****は解が存在しないことを意味する。

k	n=2	n=3	n=4	n=5	n=6	n=7	n=8	n=9
2	5(4)	11(4)	****	*****	*****	******	******	******
3	3(5)	5(6)	9(12)	11(25)	*****	******	******	******
4	1(1)	3(5)	5(28)	7(43)	9(155)	11(361)	13(361)	15(361)
5		3(16)	3(2)	5(34)	7(113)	7(9)	9(147)	11(729)
6		1(1)	3(16)	3(3)	5(97)	5(7)	7(204)	7(16)
7			3(33)	3(9)	3(2)	5(109)	5(6)	7(448)
8			1(1)	3(33)	3(11)			5(37)
9				3(56)				
10				1(1)				

［その他］ 4人乗りボートを使うと、n人の宣教師、n人の人食い人種は2n-3回の移動で無事河を渡ることができる。

謝辞

ＢＤＤパッケージの利用を許可して頂いた湊氏、越智氏に感謝いたします。有益な御助言を頂く高木先生、濱口先生、武永先生、荻野先生、矢島研究室の皆様に感謝いたします。

参考文献

[1] S.Minato, N.Ishiura and S.Yajima: "Shared Binary Decision Diagram with Attributed Edges for Efficient Boolean Function Manipulation", Proc. 27th ACM/IEEE DAC, pp.52-57, (June 1990).

[2] H.Ochi, K.Yasuoka and S.Yajima: "A Breadth-First Algorithm for Efficient Manipulation of Shared Binary Decision Diagrams in the Secondary Memory", The 45th General Convention of IPSJ, 6-137, (Oct. 1992).